

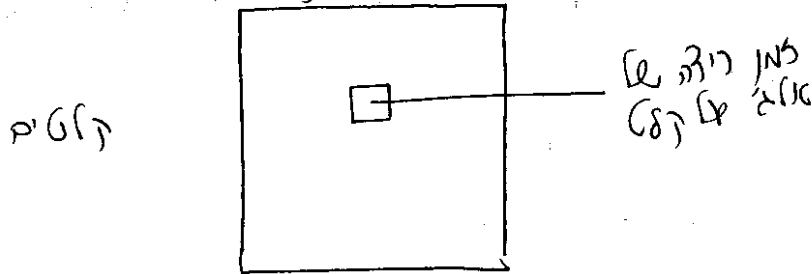
- מטרות - תוצא 2 (דחה)

שאלה 4 (דחתה עוד יותר)

- איש לא חלם את הקורס אלא לאמיתו ושיעור - ניו ניו ניו

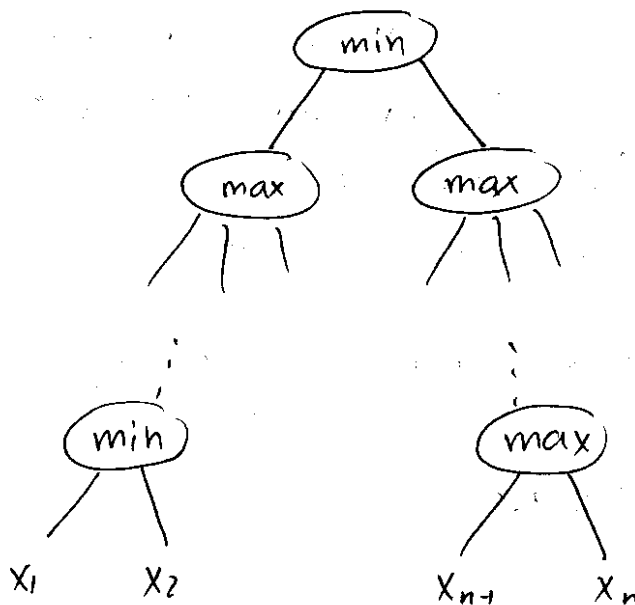
הסתכלנו על איטרתיים בנציונאליים במלשק בין קוטים ואלג' דגמניסטיים.

אלג' דגמניסטיים



מטפס המינקס אציר אוננו בין ותפלאיוו בעולם הקטים ותפלאיוו בעולם האטרתיים.

צומחה: הערפה של דצי מלשק - יציה מלשקים בצורה חכה. יש שני לשקים מלשקים בתורה. הם שלב אם לשקן יש אסל פעולות לבוא וכו' ארשות... את לה אפול אייבג בעל:



ע' פעוץ מנאליים (backward induction) טפל למכא
 מה הולק אקרות במלשק נאלט ב לשקן מלשק בצורה
 האופטימלית זמנו

eval(v)

if v is leaf return its value

if v is a min node:

current $\leftarrow -\infty$

for all $u \in \text{Sons}(v)$

val = eval(u)

current $\leftarrow \min(\text{val}, \text{current})$

return current

else // v is a max node

current $\leftarrow -\infty$

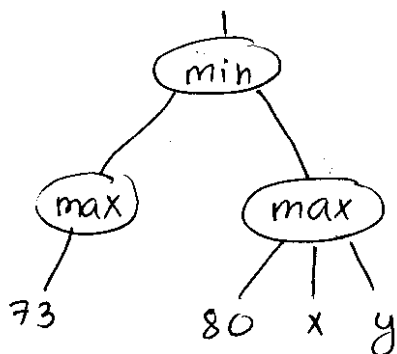
for all $u \in \text{Sons}(v)$

val = eval(u)

current $\leftarrow \max(\text{val}, \text{current})$

return current

כמה זמן? האלגוריתם הפעם אוקיי? האלגוריתם הפעם אסתם
לאם העלים תמיד ופעם לאם רק מוציא כזו יש מקרים
שבהם מספר העלים ממש ממש גדול (אמל שלמלמל...)
ש אוי איכשלו אנחנו יתלים רצמזם את מספר
המזכרים שאנחנו צריכים להסתם עליהם.
אמל, נניח שאיכשלו אנחנו "רצים":



המלל שמחין כזו יש לנו 80 שלם יותר מ-73 נהור שלמל

המינימום יתקבל זכות שמאלה α אין לו צדדים אחרים את
 x ואם y גדול. זה חוסך זיכרון...
 α, β pruning זה נקרא

eval(v, α, β) // בקטע $[\alpha, \beta]$ v קורקב

if v is a leaf return its value

if v is a min node

current $\leftarrow \beta$

for all $u \in \text{Sons}(v)$

val = eval($u, \alpha, \text{current}$)

current $\leftarrow \min(\text{val}, \text{current})$

if current = α return α

return current

else // v is a max node

current $\leftarrow \alpha$

for all $u \in \text{Sons}(v)$

val = eval($u, \text{current}, \beta$)

if current $\geq \beta$ return β

return current

קו ארשתוכנס לזנבנות לא השתנה ורק יותר להיות ששיעורו את
מא הריצה כי יש גופים שאולי אנוניו לא בודקים

נתתי אותה למן ריזה אמרתי פתי לבו הזורים הם רק 0-1

ואם למקן ה- max אתה v בין הזורים לא ולמקן

ה- min אתה a בין הזורים שלו במקרה הזכו ביותר

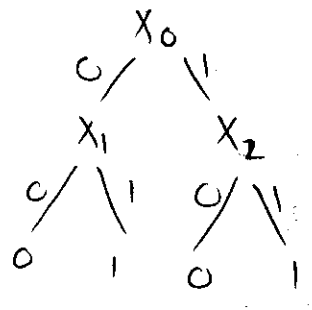
ה' שיפור' לפני לא באמת משפר אפס זמנאי על שאלו לא

תהיה כרוח אלא אומתם על הציף.

הדברה: פונקציה מוסיאנוי α ח משנים וקראת מחקנית אם למן

הריצה של 0 אזה צף הכנסה זכורה הוא בדיוק ח.

האם יש בכלל פונקציה ואז חתונה? כן! אמל אם היא לא באמת תזווה את המשנים שלה. אחל אוי זו צוגמה קצת מתחכמת. הנה צוגמה של פונקציה שכן תזווה בשלושה המשנים שלה, אבל זריק רק אשאו למי שאור כדי להזריק אותה:

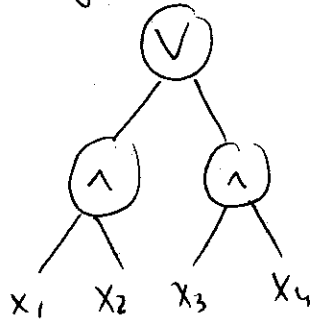


משפט: אם זרז משק בעל n עלים פונקציית ההעברה שלו הנה מתקנית.

הוכחה: נוכח באינדוקציה על n שישנו יריב שיזור עומק n . באמצעותם מתחל ושלחל זג. היריב עונה 0 אם זה קוצקוד v $1-1$ אם זה קוצקוד v . זרשו הורה ממשיק כמו הורה האופטימל + לפונקציה המוליה על זג שמיא בעלת $n-1$ עלים. 😊

אל הורחנו ש- pruning בנים או שורה טובה. איך בכל זאת נרווח? (הפוק את האמצעותם והסתברות).
 כאש עזברים על הבנים ה- $all\ u \in Sons(v)$ for
 נצבור עליהם בסדר רנדומל +
 for all $u \in Sons(v)$ in random order

למה: לאן הכיזה (בתוחלת) של בנים בסתמתה על המשק



29

אחתה: איזי פר בעל א שכמות אתחפוי (כן חזו
- max) זמן הריצה יהיה $O(3^{k/2}) = O(n^{\log_4 3})$

הוחתה: כ פעם אחת ים של מה של אסיותם עולש כחנה שליו

נסמן אר זמן הריצה של פר בעולק א ב - $T(k)$ אז

$$T(k) \leq 3T(k-2)$$

מחוצה ננסים זקלוטה 3
פעמים וכל פעם אפטידים שליו
נמו

והפתוח של זה הוא $T(k) = O(3^{k/2})$ ואם הפר בעולק
 $O(3^{k/2}) = O(n^{\log_4 3}) \Leftarrow n = 2^k$ אז יש לו

30

הוחתה: יש שתי אפליוי

אם התיזזה היא 0 פירוט הדבר שלשני הזנפים היו 0

אזן אפחות 1 אם זוג שלם הוא 0. לא

0, 1 או 0. את זמן הריצה של יקאלים האלה

אפשר לחשב. כחך פר לוקה זמן $\geq \frac{1}{2}$ (בתוחות).

אם התיזזה היא 1 אז אפחות אחד אחת העצים הנוט 1

אז שני העלים לא נהכרו 1. אז בהסתברות $\frac{1}{2}$ ייתחנו

זם חת הפר לשוא 1 ואז זמן הריצה הוא 2 (כי צייק

אפדיק אר שני העלים אסוף זא צייק אפדיק אר חת פר

השני). בהסתברות $\frac{1}{2}$ ייתחנו זם הפר השני. אם הוא 1

אז זמן הריצה הוא 2 ואם הוא צויקא 0 ואז עליו זמן

הריצה $\frac{1}{2}$ אכל צייק אפדיק זם אר השני אפדיק 2

בצויקו. סכך זמן הריצה הוא במחוצה $2.75 \geq 3$

31

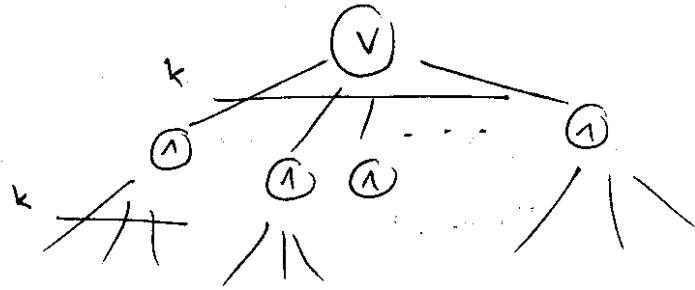
אנחנו רוצים לחסום אלוטה אר זמן הריצה אלאיותם הסתברות.

ראן יעצורנו אשפס והינמקס כי יוצא שמספיק לנו להסתכ על

אלה צטמניוטיים. נוכיחחם תחתון עבור ויכע חסה תחתון

ארוטברותיים.

אפשרי זמן הריצה הממוצע של k אלגוריתם הסתברותי עבור n המשתנה



$$n = k^2$$

הוא לפחות $\frac{n}{2} \approx \frac{k(k+1)}{2}$

הוכחה נבחר התפלג D הקטנים k שלם הריצה של k אלגוריתם דטרמיניסטי יהיה $\leq \frac{k(k+1)}{2}$.
 $D = k$ זהו זמן נבחר 0 וחוד במקום מקרי וכל השאר 1 -ים (סוגי הסתברות k^{-k} על אחת מהאפשרויות האלה).

נראה של אלגוריתם דטרמיניסטי שלפני תמיד צורם זמן (ממוצע) $\leq \frac{k(k+1)}{2}$ עם התפלגות זו של קטנים.

אחתה 1 התוצאה של ההתפלגות שלן היא תמיד 0 . זהם האלגוריתם חייב למצוא קטן 0 גם זה על פניו של האלגוריתם תשובה.

אחתה 2 זמן הריצה הכולל שווה לסכום תוחלות זמן הריצה של k אחד אחת הריצות.

מהו זמן הריצה הבהם נפוי למצוא 0 בתה n זן? בתה n זן ונון להיות להם יתגלה אחת שלמה אחת, אחת שלם שלמה וכו'. k חוד הוא k הבהם 0 הוא לא אפשרי.

$$\frac{1 + \dots + k}{k} = \frac{k+1}{2}$$

הסכום של התה n זן הוא $k \cdot \frac{k+1}{2}$ וזהו (1)

מה ההתפלגות D היא הגרסה ביותר? כי הפניו אסטי' אלפיקן האלגוריתם שלמה יטות הערך הבה.

אנחנו מוציאים אזורים של מלבקים ג-ח אלמנטים בצורה
נירוואליה שלם לא בהכרח סכום אפס. במלבקים סכום
אפס כאינו שיש עירב אלמנט אומיז במח אה רבאי אלמנטים
אזורים.

האם יש אלמו צומה במלבקים לליים? כאינו שלם תמוז יש
ש"ח סהר. אכל אומי ש"ח מעומכ יתל אחר אלמו...

$$u : S_1 \times \dots \times S_n \rightarrow \mathbb{R}, \dots, u_i : S_1 \times \dots \times S_n \rightarrow \mathbb{R}$$

נתון מלבק אלמנטים אחרות של אלמנט i היא וקטור $x^i \in \Delta_{m_i}$

$$\Delta_m = \{x_1, \dots, x_m : \sum x_j = 1, x_j \geq 0\}$$

נחיים את ההצבה u מאסטרטגיות סהרורם למעורבות:

$$u_i(x^1, \dots, x^n) = E_{S_1, \dots, S_n} u_i(s_1, \dots, s_n) =$$

$$= \sum_{j_1 \in S_1} \dots \sum_{j_n \in S_n} \left(\prod_{l=1}^n x_{j_l}^l \right) \cdot u_i(j_1, \dots, j_n)$$

ההצבה (x^1, \dots, x^n) הינו שלם נאם שלם i , x^i הינו

תצובה טובה ביותר ל- x^{-i} , אומר אל $x^{i'} \in \Delta_{m_i}$

$$u_i(x^i, x^{-i}) \geq u_i(x^{i'}, x^{-i})$$

כה מצינו כמו שלם סהר אלא שלם הסאות יחלות אהיות

מעורבות.